

# PROGNÓZOVANIE KVANTITATÍVNYCH UKAZOVATEĽOV V REGIONÁLNO M ŠKOLSTVE

Mgr. Ján HERICH / CVTI SR

*Kľúčové slová:*

*ukazovateľ, časový rad, stochastický proces, relačná štruktúra, modelová rovnica, matematický model, prognóza*

## Úvod

Potreba prognózovať očakávaný vývoj dôležitých ukazovateľov školstva viedla začiatkom 90. rokov v Ústave informácií a prognóz školstva k vzniku prognostického tímu. Praktické skúsenosti a metodológia komplexného prognózovania (KPM) pražskej prognostickej školy boli implementované do prvých prognostických štúdií vývoja slovenského školstva. S vývojom informačných technológií a s využitím nových programových aplikácií sa zvyšovali možnosti a rozsah prognostickej činnosti. V súčasnosti sú k dispozícii matematické prognostické modely, ktoré v nadväznosti na demografický vývoj generujú očakávané trajektórie vývoja počtu žiakov, tried, učiteľov, učební a orientačne aj škôl. Modely relačnej štruktúry ukazovateľov sú permanentne aktualizované a doladované. Maximálnym využitím dát z informačného systému školstva a ďalších zdrojov je tak možné získavať validné krátkodobé a strednodobé prognózy.

Článok si kladie za cieľ ukázať niektoré základné postupy prognózovania kvantitatívnych ukazovateľov v regionálnom školstve. Zaoberá sa teoretickými a metodologickými východiskami prognózovania časových radov, praktickými ukážkami modelovania vzťahov a ilustratívnym uvedením výsledkov prognóz.

## 1. Teoreticko-metodické východiská prognózovania časových radov

Jedným z hlavných cieľov súčasnej údajmi a informáciami preplnenej doby je ich racionálne využitie a spracovanie do relevantnej vedomosti, ktorá umožní efektívne rozhodovanie. Táto informatická stratégia dostala aj metaforické pomenovanie a označuje sa termínom „data mining“ (dolovanie z dát). Do nej patrí i využívanie školských databáz a ostatných dostupných zdrojov na projektovanie očakávanej budúcnosti, na vytváranie prognóz v systéme školstva.

Predmetom kvantitatívneho prognózovania sú ukazovatele početnosti štatistických jednotiek žiakov, tried, učební, učiteľov a škôl odrážajúce výkonnosť a podmienky školského systému. Jedná sa o premenné veličiny, ktorých hodnota sa každý rok mení. Variabilitu premenných spôsobuje ich vlastná pohybová zotrvačnosť a vplyv dynamiky celého endogénneho systému napojeného na vonkajšie okolie. Usporiadáním hodnôt do časovej postupnosti dostaneme časový rad poskytujúci informáciu o dlhodobejšej tendencii; trende, ktorým sa generuje jeho vývoj.

Najvšeobecnejším teoretickým prístupom chápania časového radu je pojem stochastického procesu. To znamená, že vývoj ukazovateľa je do určitej miery náhodný a závislosť na iné procesy má pravdepodobnostný charakter. Zotrvačnosť v časovom vývoji je podmienená jeho autokoreláciou a dynamika je prenášaná prostredníctvom korelačných väzieb. Z tohto pohľadu nadobúda pri spracovaní prognóz významné miesto aparát **matematicko-štatistických metód**.

Výsledok analýzy konkrétnych časových radov býva rôznych. Pozitívny je prípad, keď mechanizmus generujúci vývoj ukazovateľa je matematicky uchopiteľný a formulovateľný. Vtedy je ho možné modelovať a zmysluplne prognózovať. Inokedy je realita tak zložitá, že stupeň nepravidelnosti a odchýlok vo vývoji je taký vysoký, že ukazovateľ nie je prognózovateľný.

Najcharakteristickejšou zložkou vývoja časového radu je **trend**. Predstavuje dlhodobjšiu tendenciu základného smerovania trajektórie. Odráža taktiež relatívne stabilný okruh relevantných podmienok vývoja. Najnázornejšia je predstava trendu ako rastúcej alebo klesajúcej priamky, preloženej cez reálne hodnoty. Časový rad sa však môže vyrovnávať aj zložitejšou matematickou krivkou, ktorá lepšie zodpovedá reálnemu vývoju. Takto sa vo vývoji dá identifikovať napr. kvadratický, exponenciálny, logistický alebo Gompertzov trend.

Druhou dôležitou charakteristikou časového radu je **cyklická** zložka. Do nej sa premieta periodické správanie pôsobiacich faktorov. Najčastejšie sú nimi demografické, ekonomické cykly ale aj sociálne cyklické zmeny. Cyklické správanie je v systémovej dynamike modelované negatívnymi spätnými slučkami. Odhady periód sa robia metódami spektrálnej analýzy. Správne odhadnutie tejto zložky je namáhavé a problematické, pretože dĺžky periód sa v realite môžu nepravidelne meniť.

V prípade, že máme k dispozícii aj údaje v intervaloch menších ako jeden rok (mesačné, štvrťročné), prichádza do úvahy aj rozklad časového radu na **sezónnu** zložku. Táto sa využíva napríklad v anticipácii mesačných údajov počtu nezamestnaných absolventov stredných škôl.

Poslednou, už nesystémovou zložkou, je **rezíduum**. Predstavuje náhodný vplyv množstva nešpecifikovaných faktorov. Snahou modelovania časového radu je minimalizovať tento činiteľ.

Rozklad na vyššie spomenuté zložky sa označuje ako dekompozícia časového radu. V prípadoch keď máme k dispozícii dlhý časový rad (nad 50 pozorovaní), je možné sa oprieť aj o reziduálnu zložku a z nej získať informáciu o budúcom vývoji. Na tomto základe stojí Box-Jenkinsonova metodológia modelov **ARMA a ARIMA**. Vzhľadom k požadovanej dĺžke postupnosti údajov možno tieto techniky použiť len v obmedzenom počte prípadov školských ukazovateľov.

Veľmi častým spôsobom je opis časového radu pomocou iných ukazovateľov, ktoré vystupujú v úlohe nezávislých činiteľov, faktorov. Tieto modely sa označujú ako faktorové modely. Do tejto skupiny patria rôznorodé **regresné modely**, ktoré sa v matematicko-štatistickom modelovaní školstva často využívajú.

Uvedené prístupy sú aplikačne najčastejšie, ale sú len úzkym výberom zo širokej škály prognostických metód. Rozsiahly priestor pre aplikácie a hľadanie optimálnych riešení v konkrétnych prípadoch poskytujú špecializované matematicko-štatistické balíky programov ako napr. IBM SPSS Statistics, IBM SPSS Modeler, STATISTICA alebo NCSS.

## 2. Modelovanie vývoja ukazovateľov regionálneho školstva

Súbor vecne súvisiacich ukazovateľov s formálne vyjadrenými vzťahmi vytvára model, ktorý je odrazom štruktúry reálnych objektov. V regionálnom školstve sú nimi subsystémy materských, základných a stredných škôl. Sieti vzťahov v reálnom objekte zodpovedá sústava na seba nadväzujúcich modelových rovníc. Schopnosť rovníc vyjadriť reálne vzťahy rozhoduje o kvalite predikčného modelu.

Rovnice v modeli sú rôzneho typu a plnia rozličné funkcie. V rámci metodiky komplexného prognostického modelovania sa rozlišujú nasledujúce typy rovníc:

### • Aktualizačné rovnice

Často sa stretávame so situáciou, že dva ukazovatele sú vo vzťahu **potenciál** a jeho **aktualizácia**. Nejaký sledovaný ukazovateľ realizuje časť potenciálu, napríklad záujem o určitý druh stredoškolského štúdia sa realizuje na časti relevantnej populácie. Podiel ukazovateľov sa nazýva *koeficientom aktualizácie*.

Referenčný potenciál môže byť *čistý*, ak sledovaný ukazovateľ obsahuje len tie jednotky, ktoré sa nachádzajú v potenciáli. Koeficient aktualizácie v tomto prípade dosahuje maximálne hodnotu jedna. Napríklad 5-ročná populácia, je čistým potenciálom pre ukazovateľ 5-ročných detí navštevujúcich materskú školu, koeficient aktualizácie je čistou zaškolenosťou tejto skupiny. Potenciál je *hrubý* v opačnom prípade, vtedy koeficient môže byť väčší ako jedna. Deti nastupujúce do 1. ročníka základnej školy sú rôzneho veku, aj keď výraznú prevahu majú 6-ročné deti. Aj v takomto prípade je vhodné chápať 6-ročnú populáciu ako referenčný potenciál a sledovaný ukazovateľ vyjadriť prostredníctvom neho.

Použitie aktualizáčnej rovnice si ilustrujeme na popise vývoja novoprijatých do 1. ročníka základnej školy pomocou 6-ročnej populácie.

**Tabuľka 1:** Novoprijatí do 1. ročníka ZŠ a 6-ročná populácia

| Rok  | 6-ročná populácia | Novoprijatí do 1. ročníka ZŠ | Koeficient aktualizácie |
|------|-------------------|------------------------------|-------------------------|
| 2000 | 65 552            | 67 829                       | 1,03                    |
| 2001 | 61 038            | 61 265                       | 1,00                    |
| 2002 | 59 961            | 58 955                       | 0,98                    |
| 2003 | 57 863            | 56 693                       | 0,98                    |
| 2004 | 56 400            | 55 310                       | 0,98                    |
| 2005 | 55 644            | 54 166                       | 0,97                    |
| 2006 | 53 939            | 53 074                       | 0,98                    |
| 2007 | 50 842            | 49 927                       | 0,98                    |
| 2008 | 50 472            | 47 531                       | 0,94                    |
| 2009 | 51 403            | 47 945                       | 0,93                    |
| 2010 | 53 432            | 49 563                       | 0,93                    |
| 2011 | 54 527            | 50 145                       | 0,92                    |
| 2012 | 54 015            | 49 643                       | 0,92                    |
| 2013 | 54 485            | 50 383                       | 0,92                    |
| 2014 | 57 082            | 51 319                       | 0,90                    |
| 2015 | 59 818            | 53 637                       | 0,90                    |

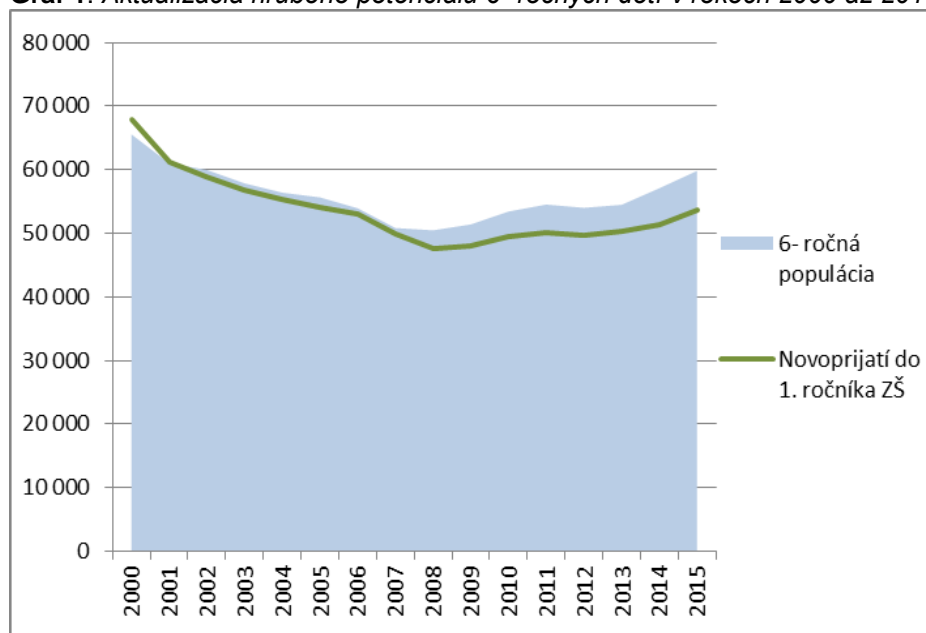
Vzhľadom k tomu, že sa jedná o hrubý potenciál koeficient aktualizácie v niektorých prípadoch (na začiatku milénia) prekročil aj hodnotu jedna. Pretože v ďalšom období rástol počet žiakov zaradených do nultého ročníka koeficienty aktualizácie novoprijatých do 1. ročníka klesali.

Z nasledujúceho grafu je zrejmé, že obidve trajektórie sú si podobné a teda populačný ročníka prináša dôležitú časť informácie pre odhad vývoja novoprijatých. Podľa výpočtu koeficientu determinácie vysvetľuje populácia v rokoch 2000 až 2015 variabilitu novoprijatých do 1. ročníka na 85 %. Tesnosť závislosti bol vyššia do roku 2007.

Metódou najmenších štvorcov je možné vzťah novoprijatých a referenčnej populácie vyjadriť aktualizáčnou rovnicou:

$$N = 1,23 \cdot P_6 - 15494$$

**Graf 1: Aktualizácia hrubého potenciálu 6-ročných detí v rokoch 2000 až 2015**



- **Bilančné rovnice**

Niektoré ukazovatele v systéme školstva sa správajú ako **tokové** a iné ako **stavové** premenné. Tokmi sú prírastky alebo úbytky, stav je výsledkom tokov a stavu v predchádzajúcom roku. Počet žiakov v danom druhu školy je tak určený bilančnou rovnicou zo stavu v predchádzajúcom roku a počtu novoprijatých, končiacich, resp. odchádzajúcich z rôznych dôvodov.

Bilančný vzťah ilustrujeme na vývoji subsystemu gymnázií. V tabuľke 2 sú uvedené počty novoprijatých, absolventov a žiakov. Výpočet bilancie je uvedený v stĺpci  $Z_{bil}$  a relatívny rozdiel od reálneho počtu žiakov (v %) v stĺpci  $Dif Z_{bil}$ .

**Tabuľka 2: Novoprijatí, absolventi a žiaci gymnázií**

| Rok  | Novoprijatí | Absolventi | Žiaci   | $Z_{bil}$ | $Dif Z_{bil}$ v % |
|------|-------------|------------|---------|-----------|-------------------|
| 2000 | 20 337      | 15 754     | 80 615  | .         | .                 |
| 2001 | 20 208      | 13 995     | 86 239  | 86 828    | 0,7%              |
| 2002 | 19 689      | 13 427     | 91 661  | 92 501    | 0,9%              |
| 2003 | 18 603      | 9 331      | 100 057 | 100 933   | 0,9%              |
| 2004 | 19 145      | 18 592     | 99 738  | 100 610   | 0,9%              |
| 2005 | 20 156      | 19 284     | 99 758  | 100 610   | 0,9%              |
| 2006 | 20 433      | 19 522     | 99 931  | 100 669   | 0,7%              |
| 2007 | 19 771      | 18 875     | 99 915  | 100 827   | 0,9%              |
| 2008 | 19 626      | 18 483     | 99 821  | 101 058   | 1,2%              |
| 2009 | 14 734      | 19 191     | 94 019  | 95 364    | 1,4%              |
| 2010 | 16 332      | 19 692     | 89 336  | 90 659    | 1,5%              |
| 2011 | 16 369      | 18 796     | 85 071  | 86 909    | 2,2%              |
| 2012 | 15 948      | 19 098     | 80 346  | 81 921    | 2,0%              |
| 2013 | 15 762      | 18 260     | 76 711  | 77 848    | 1,5%              |
| 2014 | 16 465      | 16 813     | 74 891  | 76 363    | 2,0%              |
| 2015 | 16 140      | 16 123     | 73 757  | 74 908    | 1,6%              |

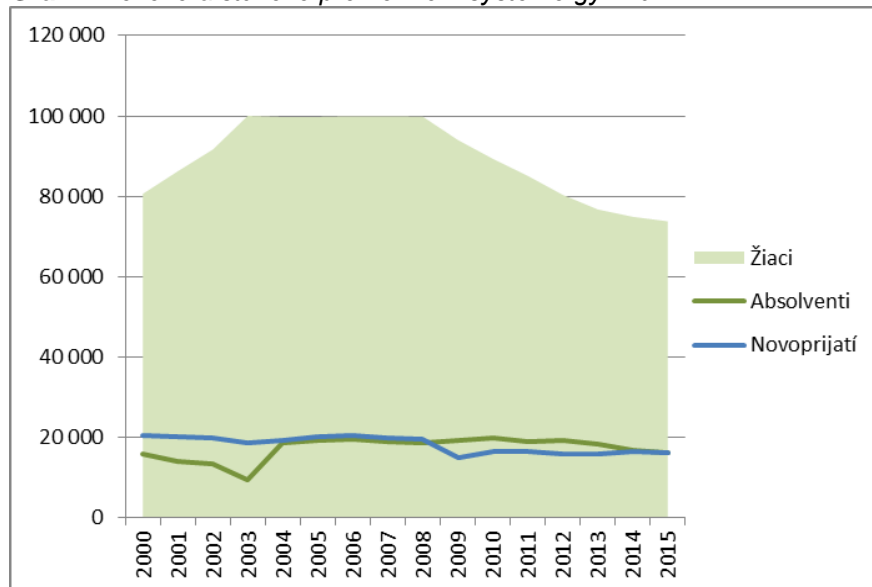
Zdroj: CVTI SR

Bilančná rovnica pre žiakov gymnázií má nasledujúci tvar:

$$Z(t) = Z(t-1) + N(t) - A(t)$$

Táto rovnica odhaduje v sledovanom období reálny počet žiakov gymnázií s priemernou chybou 1,3 %. Rozdiel tvoria predčasne odchádzajúci a náhodné úbytky zo systému.

**Graf 2:** Tokové a stavové premenné v systéme gymnázií



### • Distribučné rovnice

Modelovaný systém sa môže skladať z viacerých paralelných blokov alebo hierarchických úrovní. Prechod medzi nimi zabezpečuje tento typ rovníc. V rámci školského systému môže to byť prechod z celoslovenskej úrovne na regióny, členenie podľa zriaďovateľa školy (štátne, súkromné, cirkevné) alebo napríklad distribúcia žiakov stredných škôl podľa druhu školy (stredné odborné školy, konzervatóriá, gymnáziá).

**Tabuľka 3:** Distribúcia žiakov stredných škôl podľa druhu školy

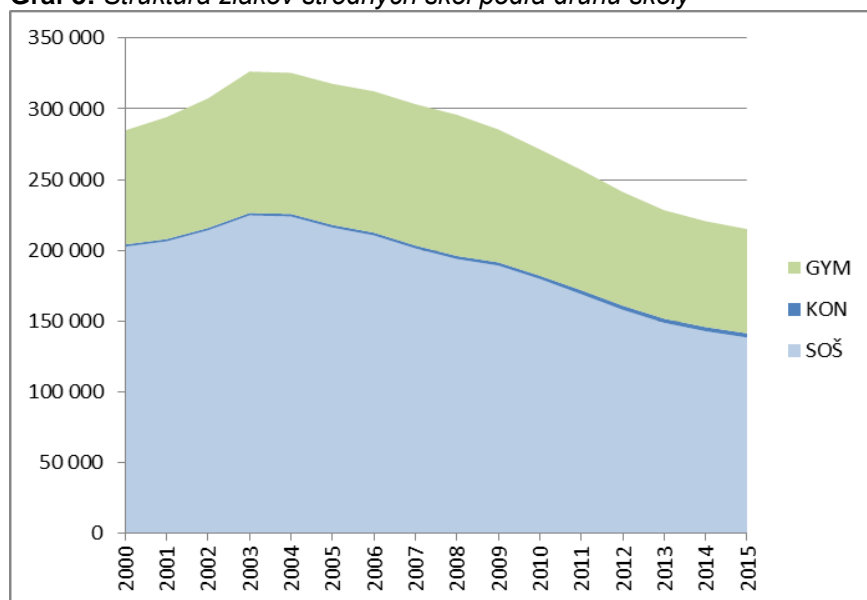
| Rok  | SOŠ     | %     | KON   | %    | GYM     | %     | Spolu   |
|------|---------|-------|-------|------|---------|-------|---------|
| 2000 | 202 621 | 71,1% | 1 579 | 0,6% | 80 615  | 28,3% | 284 815 |
| 2001 | 206 356 | 70,1% | 1 623 | 0,6% | 86 239  | 29,3% | 294 218 |
| 2002 | 214 216 | 69,7% | 1 649 | 0,5% | 91 661  | 29,8% | 307 526 |
| 2003 | 224 731 | 68,8% | 1 728 | 0,5% | 100 057 | 30,6% | 326 516 |
| 2004 | 223 957 | 68,8% | 1 839 | 0,6% | 99 738  | 30,6% | 325 534 |
| 2005 | 216 091 | 68,0% | 1 961 | 0,6% | 99 758  | 31,4% | 317 810 |
| 2006 | 210 573 | 67,4% | 2 021 | 0,6% | 99 931  | 32,0% | 312 525 |
| 2007 | 201 369 | 66,4% | 2 108 | 0,7% | 99 915  | 32,9% | 303 392 |
| 2008 | 193 898 | 65,5% | 2 182 | 0,7% | 99 821  | 33,7% | 295 901 |
| 2009 | 189 265 | 66,3% | 2 275 | 0,8% | 94 019  | 32,9% | 285 559 |
| 2010 | 179 790 | 66,2% | 2 312 | 0,9% | 89 336  | 32,9% | 271 438 |
| 2011 | 168 974 | 65,8% | 2 859 | 1,1% | 85 071  | 33,1% | 256 904 |
| 2012 | 157 956 | 65,5% | 2 985 | 1,2% | 80 346  | 33,3% | 241 287 |
| 2013 | 148 748 | 65,1% | 2 940 | 1,3% | 76 711  | 33,6% | 228 399 |
| 2014 | 142 799 | 64,7% | 2 956 | 1,3% | 74 891  | 33,9% | 220 646 |
| 2015 | 138 360 | 64,3% | 2 977 | 1,4% | 73 757  | 34,3% | 215 094 |

Zdroj: CVTI SR

Z vývoja žiakov stredných škôl je zrejmé, že podiel žiakov na stredných odborných školách permanentne klesal a od roku 2000 znížil sa z 71,13 % na 64,3 %. Naproti tomu preferovanie gymnaziálneho štúdia sa odrazilo v náraste jeho podielu z 28,3 % na 34,3 %.

Spôľahlivá predstava o budúcom vývoji zložitej dynamiky distribučných pomerov si vyžaduje doplniť matematické postupy aj expertným posúdením vecnými odborníkmi.

**Graf 3:** Štruktúra žiakov stredných škôl podľa druhu školy



- **Interpretačné rovnice**

Tento typ rovníc ako vyplýva z názvu má **interpretačnú funkciu**. Jedná sa o rôzne sumácie častí do celkov a ich podiely. Interpretačnú úlohu majú aj pomery žiakov k ostatným ukazovateľom napríklad na vyjadrenie naplnenosti tried (Z/T), využitia učebni (Z/Ub) veľkosti škôl (Z/S). V modeli sa ďalej podľa potreby využívajú percentuálne štruktúry, miery (napr. opakovania ročníka) a rôzne indexy dynamiky časových radov.

- **Hypotetické rovnice**

Ako bolo už v úvode povedané, štruktúra vzťahov modelového systému je stochastická. Výskyt určitej kombinácie hodnôt nezávisle premenných len zvyšuje pravdepodobnosť (očakávanie) výskytu určitej hodnoty závislej premennej. V prípade priamej úmery to znamená, že vysokým (nízkym) hodnotám pôsobiacich faktorov zodpovedajú v priemere vysoké (nízke) hodnoty sledovanej premennej. Navrhnutá rovnica je len hypotézou, ktorá sa testuje na empirickej úrovni. Snahou je zostaviť takú rovnicu, ktorá minimalizuje reziduálnu zložku, t. j. na údajoch z minulosti sa najlepšie osvedčila. Hypotetické rovnice treba každoročne overiť či ešte zodpovedajú novej skutočnosti. Ak nie, treba modifikovať ich parametre alebo ich úplne vymeniť.

Pri zostavovaní tohto typu rovníc sa pre skúmanú (závislú) premennú vyberá **súbor vysvetľujúcich** (nezávislých) prediktorov, ktoré ju najlepšie aproximujú. Do úvahy prichádzajú také faktory, ktoré s pôvodným ukazovateľom signifikantne korelujú a najúplnejšie vysvetľujú jeho variabilitu. Prihliada sa aj na časové posuny, napríklad v prípade novoprijatých a absolventov. Vo všeobecnosti sa takáto závislosť môže modelovať nelineárnymi funkciami, často sa však z praktických a interpretačných dôvodov používa jednoduchšia lineárna závislosť.

Na ilustráciu uvedieme výpočet počtu učiteľov gymnázií. Z korelačnej štruktúry sa hypoteticky stanoví závislosť tohto ukazovateľa od počtu žiakov a tried.

|           | Coefficients | Standard Error | t Stat | P-value | Lower 95% | Upper 95% |
|-----------|--------------|----------------|--------|---------|-----------|-----------|
| Intercept | 0            |                |        |         |           |           |
| Z         | 0,023        | 0,005          | 4,305  | 0,004   | 0,010     | 0,035     |
| T         | 1,742        | 0,135          | 12,883 | 4E-06   | 1,422     | 2,062     |

Pomocou mnohorozmernej lineárnej regresie sa metódou najmenších štvorcov určili parametre a získala nasledujúca rovnica:

$$U = 0,023 \cdot Z + 1,742 \cdot T$$

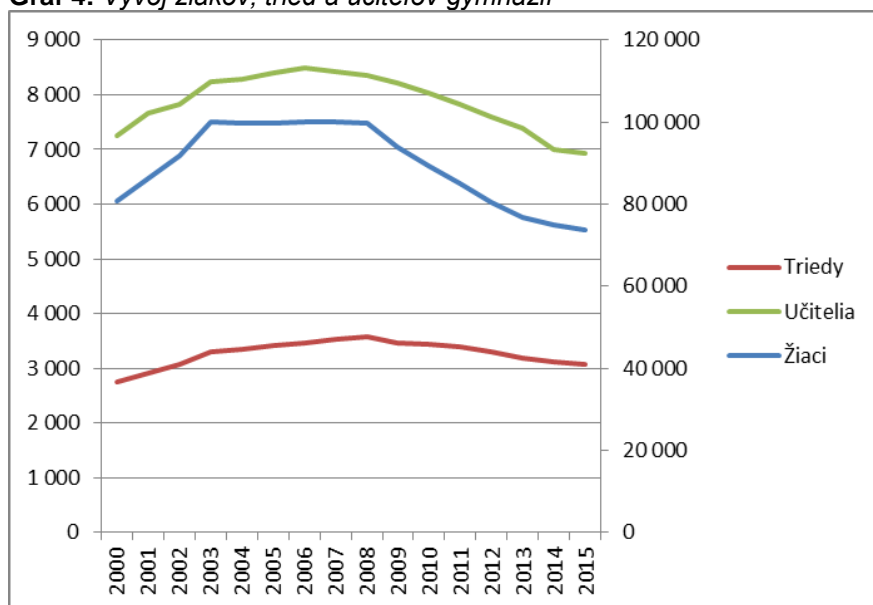
Tabuľka 4: Žiaci, triedy a učitelia gymnázií

| Rok  | Žiaci   | Triedy | Učitelia |
|------|---------|--------|----------|
| 2000 | 80 615  | 2 741  | 7 260    |
| 2001 | 86 239  | 2 916  | 7 672    |
| 2002 | 91 661  | 3 062  | 7 827    |
| 2003 | 100 057 | 3 308  | 8 230    |
| 2004 | 99 738  | 3 351  | 8 282    |
| 2005 | 99 758  | 3 409  | 8 404    |
| 2006 | 99 931  | 3 465  | 8 498    |
| 2007 | 99 915  | 3 523  | 8 431    |
| 2008 | 99 821  | 3 581  | 8 359    |
| 2009 | 94 019  | 3 472  | 8 225    |
| 2010 | 89 336  | 3 437  | 8 035    |
| 2011 | 85 071  | 3 385  | 7 837    |
| 2012 | 80 346  | 3 303  | 7 590    |
| 2013 | 76 711  | 3 191  | 7 387    |
| 2014 | 74 891  | 3 118  | 6 999    |
| 2015 | 73 757  | 3 064  | 6 933    |

Priemerná relatívna chyba takto stanovenej hypotetickej rovnice na retrospektívnych údajoch bola nižšia ako 1 %.

Zdroj: CVTI SR

Graf 4: Vývoj žiakov, tried a učiteľov gymnázií



Poznámka: počet žiakov sa vzťahuje k pravej osi grafu.

## Záver

Prognózovanie je prekladom reálnych procesov do jazyka matematiky a spätne interpretáciou výsledkov modelu do príslušnej vecnej oblasti. Veľár prognostických metód a spôsobov prognózovania je veľmi široký. Predstavuje rôznorodú paletu farieb, z ktorej prognostik si môže vybrať tú „najreálnejšiu“. Samozrejme, že popri exaktnosti postupov, je v prognostickej činnosti široký priestor aj pre intuíciu, kreativitu a uplatnenie osobných postupov. Výsledný produkt, model, prognóza je tak určený jednak charakterom objektu ako aj autorom prognózy.

Receptom proti prílišnej subjektívizácii prognóz je ich neustále overovanie, testovanie a permanentné sledovanie vývoja jednotlivých ukazovateľov. Taktiež k validite prognóz prispieva používanie pokročilých matematicko-štatistických metód, ktoré sú súčasťou špecializovaných balíkov programov. Na kvalitu prognóz sa taktiež podpisuje odborný kontakt s inými prognostickými pracoviskami a ich prácami, ktoré môžu byť výdatným podnetom na zmenu zabehaných spôsobov a na sledovanie najnovších trendov v tejto oblasti.

Na záver uvádzame ukážku strednodobej prognózy počtu detí/žiacov z výstupu CVTI SR „Prognóza výkonov regionálneho školstva do roku 2025“:

**Tabuľka 4:** Prognóza detí/žiacov materských, základných a stredných škôl

| Rok            | MŠ      | ZŠ      | GYM     | SOŠ     | KON   | Spolu            |
|----------------|---------|---------|---------|---------|-------|------------------|
| 2000           | 154 232 | 652 053 | 80 615  | 202 621 | 1 579 | <b>1 091 100</b> |
| 2001           | 150 587 | 627 749 | 86 239  | 206 356 | 1 623 | <b>1 072 554</b> |
| 2002           | 151 125 | 603 330 | 91 661  | 214 216 | 1 649 | <b>1 061 981</b> |
| 2003           | 150 718 | 580 791 | 100 057 | 224 731 | 1 728 | <b>1 058 025</b> |
| 2004           | 149 232 | 557 328 | 99 738  | 223 957 | 1 839 | <b>1 032 094</b> |
| 2005           | 141 814 | 534 147 | 99 758  | 216 091 | 1 961 | <b>993 771</b>   |
| 2006           | 140 014 | 510 510 | 99 931  | 210 573 | 2 021 | <b>963 049</b>   |
| 2007           | 139 374 | 485 018 | 99 915  | 201 369 | 2 108 | <b>927 784</b>   |
| 2008           | 138 186 | 461 715 | 99 821  | 193 898 | 2 182 | <b>895 802</b>   |
| 2009           | 138 496 | 448 371 | 94 019  | 189 265 | 2 275 | <b>872 426</b>   |
| 2010           | 139 239 | 439 675 | 89 336  | 179 790 | 2 312 | <b>850 352</b>   |
| 2011           | 144 130 | 434 477 | 85 071  | 168 974 | 2 859 | <b>835 511</b>   |
| 2012           | 149 511 | 430 139 | 80 346  | 157 956 | 2 985 | <b>820 937</b>   |
| 2013           | 153 059 | 427 377 | 76 711  | 148 748 | 2 940 | <b>808 835</b>   |
| 2014           | 156 402 | 425 731 | 74 891  | 142 799 | 2 956 | <b>802 779</b>   |
| 2015           | 157 956 | 427 418 | 73 757  | 138 360 | 2 977 | <b>800 468</b>   |
| 2016           | 153 474 | 431 131 | 73 272  | 134 586 | 2 921 | <b>795 385</b>   |
| 2017           | 151 295 | 439 180 | 75 770  | 130 409 | 2 916 | <b>799 570</b>   |
| 2018           | 150 097 | 443 274 | 75 933  | 127 085 | 2 904 | <b>799 292</b>   |
| 2019           | 150 678 | 446 224 | 76 680  | 125 269 | 2 863 | <b>801 714</b>   |
| 2020           | 150 963 | 448 179 | 77 668  | 125 734 | 2 902 | <b>805 446</b>   |
| 2021           | 150 269 | 450 462 | 79 092  | 127 398 | 2 975 | <b>810 197</b>   |
| 2022           | 148 574 | 452 274 | 80 466  | 129 238 | 3 047 | <b>813 599</b>   |
| 2023           | 146 264 | 452 726 | 81 707  | 131 436 | 3 126 | <b>815 259</b>   |
| 2024           | 143 729 | 450 848 | 82 664  | 134 479 | 3 224 | <b>814 943</b>   |
| 2025           | 141 123 | 448 586 | 83 621  | 136 968 | 3 310 | <b>813 608</b>   |
| index<br>25/15 | 0,89    | 1,05    | 1,13    | 0,99    | 1,11  | <b>1,02</b>      |

Zdroj: CVTI SR



## Použitá literatúra:

1. Faifr, V., Gál, F., Potúček, M., Zeman, M.: Modelování společenských systému metodou KPM. Praha : Sportpropag, 1981, 473 s.
2. Majtán, M., Herich, J.: Školská prognostika. Nitra : VŠPg, 1995.
3. Švec, Š. a kolektív: Metodológia vied o výchove. Bratislava : IRIS, 1998.
4. Hendl, J.: Přehled statistických metod zpracování dat. Praha : Portál, 2004, 583 s.
5. Pacáková V. a kolektív.: Štatistické metódy pre ekonómov. Bratislava: Iura Edition, 2009.
6. Potuček, M.: Manuál prognostických metod. Praha: Slon, 2006.
7. Vincúr, P., Zajac, Š. a kolektív: Úvod do prognostiky. Bratislava :SPRINT - vfra, 2007.
8. Prognóza obyvateľov SR 2012-2060 stredný variant. Výskumné demografické centrum. Bratislava, INFOSTAT, 2012.
9. Štatistická ročenka školstva SR. Bratislava : ÚIPŠ/CVTI SR, roky 2000 až 2015.
10. Herich, J.: Prognóza výkonov regionálneho školstva do roku 2025. Bratislava : CVTI SR, 2015, 43 s.